du systeme déplacé; soient de plus x, y, z, les coordonnées du milieu de la droite qui les joint, en sorte que l'on ait

$$\mathrm{x} = x + \tfrac{1}{2}\Delta x, \quad \mathrm{y} = y + \tfrac{1}{2}\Delta y, \quad \mathrm{z} = z + \tfrac{1}{2}\Delta z;$$

soient enfin g, h, l, les angles formés par la direction de l'axe de rotation avec les axes des coordonnées, θ l'amplitude de la rotation, t la grandeur de la translation absolue, X, Y, Z, les coordonnés d'un point quelconque de l'axe central du déplacement.

Si l'on considère le triangle rectangle dont l'hypoténuse est formée par la droite de jonction des deux points correspondants et dont les deux autres côtés sont donnés, l'un par la corde de l'arc décrit par le premier point en vertu de la rotation θ, et l'autre par la droite parcourue en translation par ce même point après la rotation effectuée; il est clair que les variations Δx, Δy, Δz, seront respectivement égales aux projections respectives de cette hypoténuse, c'est-à-dire à la somme des projections des deux autres côtés de ce triangle rectangle sur les axes des coordonnées respectifs. Or le côté égal et parallèle à la translation absolue t, donne les trois projections $t\cos g$, $t\cos h$, $t\cos l$; l'autre côté est égal à $2u\operatorname{tang}\frac{1}{2}\theta$, u désignant la distance de l'axe central à ce côté même qui lui est perpendiculaire. Cette distance est évidemment la même que celle du point $(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z})$ au même axe central, comme la direction de ce côté est la même que celle d'une droite qui serait menée par le point $(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z})$ perpendiculairement à l'axe central et à la distance de ce point à l'axe. Appelons G, H, L, les angles de cette droite avec les axes des coordonnées, nous aurons d'abord les expressions suivantes:

$$\begin{aligned}
\Delta x &= t\cos g + 2u\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}\theta\cos \mathrm{G},\\
\Delta y &= t\cos h + 2u\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}\theta\cos \mathrm{H},\\
\Delta z &= t\cos l + 2u\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}\theta\cos \mathrm{L};
\end{aligned}$$

et comme on a nécessairement

$$\cos g\cos \mathrm{G} + \cos h\cos \mathrm{H} + \cos l\cos \mathrm{L} = 0,$$

on en déduira, comme cela résulte aussi de la figure,

$$\begin{aligned}
&\Delta x\cos g + \Delta y\cos h + \Delta z\cos l = t,\\
&\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 = t^2 + 4u^2\operatorname{tang}^2\tfrac{1}{2}\theta
\end{aligned}$$